गणित भाग I (बीजगणित)

दहावी (SSC) बोर्ड परीक्षा मार्च 2027 – सराव प्रश्नपत्रिका क्र. 2

आदर्श उत्तरपत्रिका

वेळ: 2 तास **एकूण गुण: 40**

आदर्श उत्तरात एक योग्य पद्धत दाखवली आहे; इतर कोणतीही योग्य पद्धत असल्यास पूर्ण गुण मिळतात.

प्र. 1 (अ) खालील प्रत्येक उपप्रश्नासाठी चार पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यांपैकी अचूक पर्याय निवडून त्याचे वर्णाक्षर उपप्रश्नाच्या क्रमांकासह लिहा. **[4]**

(1) एखाद्या वर्गसमीकरणाच्या विवेचकाची किंमत −7 असेल, तर त्या समीकरणाची मुळे ..... असतात.

(A) वास्तव व समान (B) वास्तव व असमान

(C) वास्तव नसतात (D) वास्तव व ऋण

उत्तर (1 गुण)

(C) वास्तव नसतात

$b^2 - 4ac < 0$ असेल, तर वर्गसमीकरणाची मुळे वास्तव नसतात. येथे $b^2 - 4ac = -7 < 0$.

(2) $2x - 3y = 4$ व $x + y = 7$ ही एकसामयिक समीकरणे क्रेमरच्या पद्धतीने सोडवताना D_x ची किंमत ..... आहे.

(A) 5 (B) 25

(C) 10 (D) −17

उत्तर (1 गुण)

(B) 25

$D_x = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = (4 \times 1) - (-3 \times 7) = 4 + 21 = 25$. ($D = 5$ व $D_y = 10$ या इतर निश्चयकांच्या किमती आहेत; 4 − 21 अशी चिन्हाची चूक केल्यास −17 येते.)

(3) एक फासा एकदा फेकला, तर वरच्या पृष्ठभागावरील संख्या 6 चा विभाजक असण्याची संभाव्यता ..... आहे.

(A) 1/2 (B) 2/3

(C) 1/3 (D) 5/6

उत्तर (1 गुण)

(B) 2/3

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $n(S) = 6$. 6 चे विभाजक : $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $n(A) = 4$.

$P(A) = 4/6 = 2/3$.

(4) खालीलपैकी कोणती क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे?

(A) 2, 4, 8, 16, ... (B) 1, 4, 9, 16, ...

(C) 10, 7, 4, 1, ... (D) 1, 1/2, 1/3, 1/4, ...

उत्तर (1 गुण)

(C) 10, 7, 4, 1, ...

क्रमागत पदांमधील फरक नेहमी −3 आहे ($7 - 10 = 4 - 7 = 1 - 4 = -3$), म्हणून $d = -3$. इतर क्रमिकांमध्ये क्रमागत पदांमधील फरक समान नाही.

प्र. 1 (ब) खालील उपप्रश्न सोडवा. **[4]**

(1) $(x, -1)$ हा बिंदू $2x - 3y = 11$ या समीकरणाच्या आलेखावर आहे, तर x ची किंमत काढा.

उत्तर (1 गुण)
$2x - 3y = 11$ मध्ये $y = -1$ ठेवून,
$2x - 3(-1) = 11 \therefore 2x + 3 = 11 \therefore 2x = 8$
$\therefore x = 4$

(2) एका शेअरची दर्शनी किंमत ₹10 असून तो ₹35 अधिमूल्यावर उपलब्ध आहे, तर त्याचा बाजारभाव काढा.

उत्तर (1 गुण)
बाजारभाव = दर्शनी किंमत + अधिमूल्य = 10 + 35 = ₹45
शेअरचा बाजारभाव = ₹45

(3) $x = -2$ हे $x^2 - 3x - 10 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे मूळ आहे की नाही ते ठरवा.

उत्तर (1 गुण)
डाव्या बाजूत $x = -2$ ठेवून,
$(-2)^2 - 3(-2) - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$ = उजवी बाजू
$\therefore x = -2$ हे $x^2 - 3x - 10 = 0$ चे मूळ आहे.

(4) 500 विद्यार्थ्यांचे आवडते खेळ दर्शवणाऱ्या वृत्तालेखात कबड्डीसाठीचा केंद्रीय कोन 72° आहे, तर किती विद्यार्थ्यांनी कबड्डी हा खेळ निवडला?

उत्तर (1 गुण)
विद्यार्थ्यांची संख्या = (केंद्रीय कोन/360°) × एकूण विद्यार्थी = (72/360) × 500 = (1/5) × 500 = 100
100 विद्यार्थ्यांनी कबड्डी हा खेळ निवडला.

प्र. 2 (अ) खालील उपकृती पूर्ण करा. (कोणत्याही दोन) **[4]**

(1) आठवड्यातील सात वारांची नावे सात चिठ्ठ्यांवर लिहिली आहेत आणि त्यांतून एक चिठ्ठी यादृच्छिक पद्धतीने काढली. प्रत्येक घटनेची संभाव्यता काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.
कृती : S = {सोमवार, मंगळवार, बुधवार, गुरुवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार} $\therefore$ n(S) = ☐
घटना A : वार रविवारच्या लगेच आधीचा किंवा लगेच नंतरचा असणे. A = {☐, ☐} $\therefore$ n(A) = 2
P(A) = n(A)/n(S) = ☐
घटना B : वार सोमवार व शुक्रवार यांच्या दरम्यानचा असणे (हे दोन्ही वार सोडून). B = {मंगळवार, ☐, ☐} $\therefore$ n(B) = ☐
P(B) = n(B)/n(S) = ☐

उत्तर (2 गुण)
n(S) = **7**
A = {**शनिवार**, **सोमवार**} $\therefore$ n(A) = 2
P(A) = n(A)/n(S) = **2/7**
B = {मंगळवार, **बुधवार**, **गुरुवार**} $\therefore$ n(B) = **3**
P(B) = n(B)/n(S) = **3/7**
गुणदान: n(S) = 7, A = {शनिवार, सोमवार} व P(A) = 2/7 – 1 गुण · B = {मंगळवार, बुधवार, गुरुवार}, n(B) = 3 व P(B) = 3/7 – 1 गुण
परीक्षकांचा सल्ला: रविवारच्या लगेच आधीचा वार शनिवार व लगेच नंतरचा वार सोमवार आहे. 'सोमवार व शुक्रवार यांच्या दरम्यानचा' यात सोमवार व शुक्रवार हे वार येत नाहीत.

(2) $3x^2 - 8x + 5 = 0$ या वर्गसमीकरणाच्या मुळांचे स्वरूप ठरवण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

कृती : $ax^2 + bx + c = 0$ शी तुलना करून, $a = 3$, $b =$ ☐, $c =$ ☐

$b^2 - 4ac = (\square)^2 - 4 \times 3 \times 5$

$= \square - 60$

$= \square$

$b^2 - 4ac$ ☐ 0 असल्याने समीकरणाची मुळे ☐ आहेत.

उत्तर (2 गुण)

$a = 3$, $b = \mathbf{-8}$, $c = \mathbf{5}$

$b^2 - 4ac = (\mathbf{-8})^2 - 4 \times 3 \times 5$

$= \mathbf{64} - 60$

$= \mathbf{4}$

$b^2 - 4ac > 0$ असल्याने समीकरणाची मुळे **वास्तव व असमान** आहेत.

(खरोखरच, $3x^2 - 8x + 5 = (x - 1)(3x - 5)$, म्हणून मुळे 1 व 5/3 आहेत.)

गुणदान: $b = -8$, $c = 5$ व $b^2 - 4ac = 4 - 1$ गुण · $4 > 0$, मुळे वास्तव व असमान – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: b ची किंमत चिन्हासह लिहा : $b = -8$, आणि $(-8)^2 = 64$ येतो, -64 नव्हे.

(3) 6, 10, 14, ... या अंकगणिती श्रेढीच्या पहिल्या 15 पदांची बेरीज काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

कृती : $a = 6$, $d =$ ☐, $n = 15$

$S_n = n/2\ [2a + (n - 1)d]$

$S_{15} = 15/2\ [2 \times 6 + (15 - 1) \times \square]$

$= 15/2\ [12 + \square]$

$= 15/2 \times \square$

$= \square$

उत्तर (2 गुण)

$a = 6$, $d = \mathbf{4}$, $n = 15$

$S_{15} = 15/2\ [2 \times 6 + (15 - 1) \times \mathbf{4}]$

$= 15/2\ [12 + \mathbf{56}]$

$= 15/2 \times \mathbf{68}$

$= 15 \times 34 = \mathbf{510}$

गुणदान: $d = 4$ व $14 \times 4 = 56$ – 1 गुण · $S_{15} = 510$ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: $d = t_2 - t_1 = 10 - 6 = 4$. कंसात $(n - 1) = 14$ घ्या, 15 नव्हे.

प्र. 2 (ब) खालील उपप्रश्न सोडवा. (कोणतेही चार) **[8]**

(1) एकसामयिक समीकरणे सोडवा : $x/3 + y/4 = 4$; $x/2 - y/4 = 1$

उत्तर (2 गुण)

$x/3 + y/4 = 4$ ... दोन्ही बाजूंना 12 ने गुणून : $4x + 3y = 48$ ...(I)

$x/2 - y/4 = 1$ ... दोन्ही बाजूंना 4 ने गुणून : $2x - y = 4$ ...(II)

समीकरण (II) ला 3 ने गुणून : $6x - 3y = 12$ ...(III)

(I) व (III) यांची बेरीज करून : $10x = 60 \therefore x = 6$

$x = 6$ ही किंमत (II) मध्ये ठेवून : $12 - y = 4 \therefore y = 8$

उकल : $(x, y) = (6, 8)$

गुणदान: अपूर्णांक काढून $4x + 3y = 48$ व $2x - y = 4$ मिळवणे – 1 गुण · $x = 6$, $y = 8$ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: प्रथम प्रत्येक समीकरणाला त्यातील छेदांच्या लसाविने गुणून अपूर्णांक काढून टाका. पडताळा : $6/3 + 8/4 = 4$ ✓ व $6/2 - 8/4 = 1$ ✓.

(2) पूर्ण वर्ग पद्धतीने वर्गसमीकरण सोडवा : $x^2 - 10x + 16 = 0$

उत्तर (2 गुण)

$x^2 - 10x + 16 = 0$

$x^2 - 10x = -16$

तिसरे पद = $(1/2 \times x \text{ चा सहगुणक})^2 = (1/2 \times -10)^2 = 25$

दोन्ही बाजूंना 25 मिळवून : $x^2 - 10x + 25 = -16 + 25$

$(x - 5)^2 = 9$

$x - 5 = 3$ किंवा $x - 5 = -3$

$x = 8$ किंवा $x = 2$

मुळे : 8 व 2

गुणदान: 25 मिळवून $(x - 5)^2 = 9$ मिळवणे – 1 गुण · दोन्ही मुळे 8 व 2 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: प्रश्नात पद्धत दिलेली आहे; त्याऐवजी अवयव पद्धतीने सोडवल्यास पद्धतीचा गुण मिळत नाही.

(3) नागपूर येथील एका दुकानाने विकलेल्या एका दप्तराची करपात्र किंमत ₹1250 असून GST चा दर 12% आहे. तर CGST, SGST आणि ग्राहकाला त्या दप्तरासाठी द्यावी लागणारी एकूण रक्कम काढा.

उत्तर (2 गुण)

GST = 1250 चे 12% = $1250 \times 12/100$ = ₹150

CGST = SGST = 150 ÷ 2 = ₹75 प्रत्येकी (प्रत्येकी दर 6%)

ग्राहकाने द्यावयाची एकूण रक्कम = करपात्र किंमत + GST = 1250 + 150 = ₹1400

गुणदान: GST ₹150, CGST = SGST = ₹75 – 1 गुण · एकूण रक्कम ₹1400 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: GST करपात्र किमतीवर आकारला जातो आणि नंतर CGST व SGST मध्ये समान विभागला जातो (6% + 6%). प्रत्येकी 12% घेऊ नका.

(4) MAHARASHTRA या इंग्रजी शब्दातील प्रत्येक अक्षर एकेका स्वतंत्र कार्डावर लिहिले असून ही 11 कार्डे एकत्र मिसळली आहेत. त्यांतून एक कार्ड यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर त्या कार्डावर (अ) A हे अक्षर असण्याची (ब) R हे अक्षर असण्याची संभाव्यता काढा.

उत्तर (2 गुण)

MAHARASHTRA या शब्दात 11 अक्षरे आहेत ∴ n(S) = 11

(अ) घटना E : कार्डावर A हे अक्षर असणे. A हे अक्षर 4 वेळा आहे ∴ n(E) = 4

P(E) = 4/11

(ब) घटना F : कार्डावर R हे अक्षर असणे. R हे अक्षर 2 वेळा आहे ∴ n(F) = 2

P(F) = 2/11

गुणदान: n(S) = 11 व P(E) = 4/11 – 1 गुण · P(F) = 2/11 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: पुन्हा आलेल्या अक्षरांसह प्रत्येक कार्ड मोजा : n(S) = 11 आहे, 6 वेगवेगळी अक्षरे नव्हेत.

(5) नागपूर येथील एका कुरिअर कार्यालयात एका दिवशी आलेल्या पार्सलांची वजने खालील सारणीत दिली आहेत. वजनांचा बहुलक काढा.

वजन (किग्रॅ)	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25
पार्सलांची संख्या	8	15	27	19	7

उत्तर (2 गुण)

सर्वाधिक वारंवारता 27 आहे ∴ बहुलकीय वर्ग = 10–15

L = 10, $f_1 = 27$, $f_0 = 15$, $f_2 = 19$, h = 5

बहुलक = $L + [(f_1 - f_0)/(2f_1 - f_0 - f_2)] \times h$

= $10 + [(27 - 15)/(54 - 15 - 19)] \times 5$

= $10 + (12/20) \times 5$

= 10 + 3 = 13

वजनांचा बहुलक = 13 किग्रॅ

गुणदान: बहुलकीय वर्ग व L, f_0, f_1, f_2, h यांच्या किमती – 1 गुण · बहुलक = 13 किग्रॅ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: f_0 ही बहुलकीय वर्गाच्या आधीच्या वर्गाची व f_2 ही नंतरच्या वर्गाची वारंवारता आहे. यांची अदलाबदल करू नका.

प्र. 3 (अ) खालील उपकृती पूर्ण करा. (कोणतीही एक) **[3]**

(1) $2/x + 3/y = 2$ व $4/x - 9/y = -1$ ही एकसामयिक समीकरणे सोडवण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

कृती : $1/x = m$ व $1/y = n$ मानू.

समीकरणे $2m + 3n = 2$ ...(I) व $4m - 9n = -1$ ...(II) अशी होतात.

समीकरण (I) ला 3 ने गुणून : $6m + 9n =$ ☐ ...(III)

(II) व (III) यांची बेरीज करून : ☐$m = 5 \therefore m =$ ☐

m ची किंमत (I) मध्ये ठेवून : $2 \times$ ☐ $+ 3n = 2 \therefore n =$ ☐

$1/x = m \therefore x =$ ☐ व $1/y = n \therefore y =$ ☐

उत्तर (3 गुण)

समीकरण (I) ला 3 ने गुणून : $6m + 9n =$ **6** ...(III)

(II) व (III) यांची बेरीज करून : **10**$m = 5 \therefore m =$ **1/2**

(I) मध्ये ठेवून : $2 \times$ **1/2** $+ 3n = 2 \therefore 1 + 3n = 2 \therefore n =$ **1/3**

$1/x = 1/2 \therefore x =$ **2** व $1/y = 1/3 \therefore y =$ **3**

उकल : $(x, y) = (2, 3)$

पडताळा : $2/2 + 3/3 = 2$ ✓ व $4/2 - 9/3 = -1$ ✓

गुणदान: 6 व $10m = 5$, $m = 1/2$ – 1 गुण · $n = 1/3$ – 1 गुण · $x = 2$, $y = 3$ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: m व n काढल्यानंतर x व y च्या किमती काढा. उत्तर $m = 1/2$, $n = 1/3$ असे लिहून थांबल्यास शेवटचा गुण जातो.

(2) कोल्हापूर येथील एका दुकानाच्या 40 ग्राहकांनी एका महिन्यात वापरलेला मोबाइल डेटा (GB मध्ये) खालील सारणीत दिला आहे. $A = 35$ घेऊन गृहीतमध्य पद्धतीने वापरलेल्या डेटाचा मध्य काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

डेटा (GB)	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A$	वारंवारता f_i	f_id_i
10–20	15	−20	5	−100
20–30	25	☐	8	☐
30–40	35 → A	0	12	0
40–50	45	10	10	☐
50–60	55	20	5	100
			$\Sigma f_i = 40$	$\Sigma f_id_i =$ ☐

कृती : $\bar{d} = \Sigma f_id_i/\Sigma f_i =$ ☐$/40 =$ ☐

मध्य $\bar{x} = A + \bar{d} = 35 +$ ☐ $=$ ☐ GB

उत्तर (3 गुण)

डेटा (GB)	x_i	d_i	f_i	f_id_i
10–20	15	−20	5	−100
20–30	25	**−10**	8	**−80**
30–40	35	0	12	0
40–50	45	10	10	**100**
50–60	55	20	5	100
			40	**20**

$\Sigma f_id_i = -100 - 80 + 0 + 100 + 100 =$ **20**

$\bar{d} =$ **20**$/40 =$ **0.5**

मध्य $\bar{x} = A + \bar{d} = 35 +$ **0.5** $=$ **35.5** GB

गुणदान: $d_i = -10$ व $f_id_i = -80, 100$ – 1 गुण · $\Sigma f_id_i = 20$ व $\bar{d} = 0.5$ – 1 गुण · मध्य = 35.5 GB – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: d_i व f_id_i या स्तंभांतील ऋण चिन्हे तशीच ठेवा; एका चिन्हाची चूक झाल्यास Σf_id_i पूर्णपणे बदलते.

प्र. 3 (ब) खालील उपप्रश्न सोडवा. (कोणतेही दोन) **[6]**

(1) नाशिक येथील भाजीपाल्याच्या एका आयताकृती शेताची लांबी त्याच्या रुंदीपेक्षा 7 मीटरने जास्त आहे आणि त्याचे क्षेत्रफळ 228 चौमी आहे. तर त्या शेताची लांबी व रुंदी काढा.

उत्तर (3 गुण)

समजा, शेताची रुंदी x मीटर आहे. ∴ लांबी = (x + 7) मीटर.

क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी ∴ $x(x + 7) = 228$

$x^2 + 7x - 228 = 0$

(गुणाकार = −228; 19 × (−12) = −228 व 19 − 12 = 7)

$x^2 + 19x - 12x - 228 = 0$

$x(x + 19) - 12(x + 19) = 0$

$(x + 19)(x - 12) = 0$

$x = -19$ किंवा $x = 12$

रुंदी ऋण नसते ∴ $x = 12$

रुंदी = 12 मीटर व लांबी = 12 + 7 = 19 मीटर

पडताळा : 19 × 12 = 228 ✓

गुणदान: $x^2 + 7x - 228 = 0$ हे समीकरण तयार करणे – 1 गुण · अवयव पाडून मुळे 12, −19 – 1 गुण · −19 नाकारून रुंदी 12 मीटर, लांबी 19 मीटर – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: दोन्ही मापे एककांसह लिहा. अनेक विद्यार्थी x = 12 वर थांबतात आणि लांबी लिहायला विसरतात.

(2) एका अंकगणिती श्रेढीचे 5 वे पद 26 आणि 12 वे पद 61 आहे. तर ती श्रेढी व तिचे 20 वे पद काढा.

उत्तर (3 गुण)

$t_n = a + (n - 1)d$

$t_5 = a + 4d = 26$ ...(I)

$t_{12} = a + 11d = 61$ ...(II)

(II) मधून (I) वजा करून : $7d = 35$ ∴ $d = 5$

(I) वरून : $a + 20 = 26$ ∴ $a = 6$

अंकगणिती श्रेढी : 6, 11, 16, 21, ...

$t_{20} = a + 19d = 6 + 19 \times 5 = 6 + 95 = 101$

गुणदान: $a + 4d = 26$ व $a + 11d = 61$ ही दोन समीकरणे – 1 गुण · $d = 5$, $a = 6$ व श्रेढी – 1 गुण · $t_{20} = 101$ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: $t_5 = a + 4d$, $a + 5d$ नव्हे. श्रेढी (पहिली काही पदे) लिहिणे हा उत्तराचा भाग आहे.

(3) श्रीमती देशपांडे यांनी ₹10 दर्शनी किमतीचे 240 शेअर्स, बाजारभाव प्रति शेअर ₹65 असताना विकले. दलालीचा दर 0.5% व दलालीवर 18% GST आहे. तर (अ) शेअर्सची विक्री किंमत (ब) दलाली व दलालीवरील GST (क) त्यांना मिळालेली रक्कम काढा.

उत्तर (3 गुण)

(अ) विक्री किंमत = शेअर्सची संख्या × बाजारभाव = 240 × 65 = ₹15,600

(ब) दलाली = 15,600 चे 0.5% = 15,600 × 0.5/100 = ₹78

दलालीवरील GST = 78 चे 18% = 78 × 18/100 = ₹14.04

(क) विक्री करताना दलाली व GST विक्री किमतीतून वजा केले जातात.

मिळालेली रक्कम = 15,600 − (78 + 14.04) = 15,600 − 92.04 = ₹15,507.96

श्रीमती देशपांडे यांना ₹15,507.96 मिळाले.

गुणदान: विक्री किंमत ₹15,600 – 1 गुण · दलाली ₹78 व GST ₹14.04 – 1 गुण · मिळालेली रक्कम ₹15,507.96 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: दलाली बाजारभावावर आकारली जाते, दर्शनी किमतीवर नाही. विक्री करताना दलाली व GST वजा केले जातात; खरेदी करताना ते मिळवले जातात.

(4) एका खोक्यात 21 ते 50 या संख्या लिहिलेली 30 तिकिटे आहेत. त्यांतून एक तिकीट यादृच्छिक पद्धतीने काढले, तर तिकिटावरील संख्या (अ) 7 च्या पटीत असण्याची (ब) पूर्ण वर्ग असण्याची (क) मूळ संख्या असण्याची संभाव्यता काढा.

उत्तर (3 गुण)

S = {21, 22, 23, ..., 50} ∴ n(S) = 30

(अ) घटना A : संख्या 7 च्या पटीत असणे. A = {21, 28, 35, 42, 49}, n(A) = 5

P(A) = 5/30 = 1/6

(ब) घटना B : संख्या पूर्ण वर्ग असणे. B = {25, 36, 49}, n(B) = 3

P(B) = 3/30 = 1/10

(क) घटना C : संख्या मूळ संख्या असणे. C = {23, 29, 31, 37, 41, 43, 47}, n(C) = 7

P(C) = 7/30

गुणदान: n(S) = 30 व P(A) = 1/6 – 1 गुण · P(B) = 1/10 – 1 गुण · P(C) = 7/30 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: 21 ते 50 या संख्यांची 50 − 21 + 1 = 30 तिकिटे होतात, 29 नव्हे. 49 = 7 × 7 ही मूळ संख्या नाही.

प्र. 4 खालील उपप्रश्न सोडवा. (कोणतेही दोन) **[8]**

(1) सातारा येथील एका स्टेशनरीच्या दुकानातून अनुजाने 4 वह्या व 3 पेन ₹190 ला विकत घेतले, तर मिहिरने त्याच प्रकारच्या 3 वह्या व 5 पेन ₹170 ला विकत घेतले. एकसामयिक समीकरणे तयार करा आणि क्रेमरच्या पद्धतीने एका वहीची व एका पेनची किंमत काढा.

उत्तर (4 गुण)

समजा, एका वहीची किंमत ₹x व एका पेनची किंमत ₹y आहे.

4x + 3y = 190 ...(I)

3x + 5y = 170 ...(II)

$D = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (4 \times 5) - (3 \times 3) = 20 - 9 = 11$

$D_x = \begin{vmatrix} 190 & 3 \\ 170 & 5 \end{vmatrix} = (190 \times 5) - (3 \times 170) = 950 - 510 = 440$

$D_y = \begin{vmatrix} 4 & 190 \\ 3 & 170 \end{vmatrix} = (4 \times 170) - (190 \times 3) = 680 - 570 = 110$

$x = D_x/D = 440/11 = 40$

$y = D_y/D = 110/11 = 10$

एका वहीची किंमत ₹40 व एका पेनची किंमत ₹10 आहे.

पडताळा : 4(40) + 3(10) = 190 ✓ व 3(40) + 5(10) = 170 ✓

गुणदान: दोन्ही समीकरणे तयार करणे – 1 गुण · D = 11 – 1 गुण · D_x = 440 व D_y = 110 – 1 गुण · x = 40, y = 10 व निष्कर्ष – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: D_x मध्ये x चा स्तंभ स्थिरपदांनी बदला; D_y मध्ये y चा स्तंभ बदला. उत्तर ₹ सह शब्दांत लिहा.

(2) 24 सेमी लांब व 16 सेमी रुंद असलेले एक आयताकृती चित्र सर्व बाजूंनी सारख्या रुंदीच्या चौकटीत (फ्रेममध्ये) बसवले आहे. चौकटीसह चित्राचे क्षेत्रफळ 560 चौसेमी आहे. तर चौकटीची रुंदी व फक्त चौकटीचे क्षेत्रफळ काढा.

उत्तर (4 गुण)

समजा, चौकटीची रुंदी x सेमी आहे.

चौकटीसह लांबी = (24 + 2x) सेमी, चौकटीसह रुंदी = (16 + 2x) सेमी

(24 + 2x)(16 + 2x) = 560

$384 + 48x + 32x + 4x^2 = 560$

$4x^2 + 80x - 176 = 0$

4 ने भागून : $x^2 + 20x - 44 = 0$

$x^2 + 22x - 2x - 44 = 0$

x(x + 22) − 2(x + 22) = 0

(x + 22)(x − 2) = 0

x = −22 किंवा x = 2

रुंदी ऋण नसते ∴ x = 2

चौकटीची रुंदी = 2 सेमी

फक्त चौकटीचे क्षेत्रफळ = 560 − (24 × 16) = 560 − 384 = 176 चौसेमी

पडताळा : (24 + 4)(16 + 4) = 28 × 20 = 560 ✓

गुणदान: (24 + 2x)(16 + 2x) = 560 हे समीकरण तयार करणे – 1 गुण · $x^2 + 20x - 44 = 0$ असे रूप देणे – 1 गुण · अवयव पाडून : x = 2 किंवा −22 – 1 गुण · −22 नाकारून चौकटीची रुंदी 2 सेमी व चौकटीचे क्षेत्रफळ 176 चौसेमी – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: चौकट दोन्ही बाजूंना असल्याने लांबी व रुंदी दोन्हींत 2x (x नव्हे) मिळवा. चौकटीचे क्षेत्रफळ = बाहेरच्या आयताचे क्षेत्रफळ − चित्राचे क्षेत्रफळ.

(3) नाशिक येथील एका उत्पादकाने वॉटर प्युरिफायर घाऊक व्यापाऱ्याला ₹32,000 करपात्र किमतीला विकले. घाऊक व्यापाऱ्याने ते किरकोळ व्यापाऱ्याला ₹36,500 करपात्र किमतीला विकले आणि किरकोळ व्यापाऱ्याने ते ग्राहकाला ₹40,000 करपात्र किमतीला विकले. प्रत्येक टप्प्यावर GST चा दर 18% आहे (सर्व व्यवहार महाराष्ट्रातच).
(अ) घाऊक व्यापाऱ्याचा व किरकोळ व्यापाऱ्याचा देय GST आणि प्रत्येकाचा देय CGST व देय SGST काढा.
(ब) ग्राहकाने दिलेली एकूण रक्कम काढा.

उत्तर (4 गुण)

उत्पादकाचा आऊटपुट टॅक्स = 32,000 चे 18% = 32,000 × 18/100 = ₹5760 (हा घाऊक व्यापाऱ्याचा ITC आहे.)

घाऊक व्यापाऱ्याचा आऊटपुट टॅक्स = 36,500 चे 18% = ₹6570 (हा किरकोळ व्यापाऱ्याचा ITC आहे.)

किरकोळ व्यापाऱ्याचा आऊटपुट टॅक्स = 40,000 चे 18% = ₹7200

(अ) घाऊक व्यापाऱ्याचा देय GST = आऊटपुट टॅक्स − ITC = 6570 − 5760 = ₹810

देय CGST = देय SGST = 810 ÷ 2 = ₹405 प्रत्येकी

किरकोळ व्यापाऱ्याचा देय GST = 7200 − 6570 = ₹630

देय CGST = देय SGST = 630 ÷ 2 = ₹315 प्रत्येकी

(ब) ग्राहकाने दिलेली एकूण रक्कम = 40,000 + 7200 = ₹47,200

(टीप : शासनाला एकूण 5760 + 810 + 630 = ₹7200 मिळतात, म्हणजे ग्राहकाने दिलेल्या GST इतकीच रक्कम.)

गुणदान: आऊटपुट टॅक्स ₹5760, ₹6570, ₹7200 – 1 गुण · घाऊक व्यापारी : देय GST ₹810, CGST = SGST = ₹405 – 1 गुण · किरकोळ व्यापारी : देय GST ₹630, CGST = SGST = ₹315 – 1 गुण · ग्राहकाने दिलेली रक्कम ₹47,200 – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: प्रत्येक व्यापारी फक्त (आऊटपुट टॅक्स − इनपुट टॅक्स क्रेडिट) एवढाच कर भरतो. ग्राहकाला ITC मिळत नाही, म्हणून संपूर्ण ₹7200 कराचा भार ग्राहकावर पडतो.

प्र. 5 खालील उपप्रश्न सोडवा. (कोणताही एक) **[3]**

(1) ठाणे येथील एका उद्यानात सकाळी फिरायला येणाऱ्या 60 व्यक्तींची दैनंदिन पावले (हजारांत) खालील सारणीत दिली आहेत. आयतालेख न काढता या सामग्रीसाठी वारंवारता बहुभुज काढा आणि सर्वाधिक व्यक्ती कोणत्या वर्गात आहेत ते लिहा.

दैनंदिन पावले (हजार)	2–4	4–6	6–8	8–10	10–12
व्यक्तींची संख्या	6	14	20	12	8

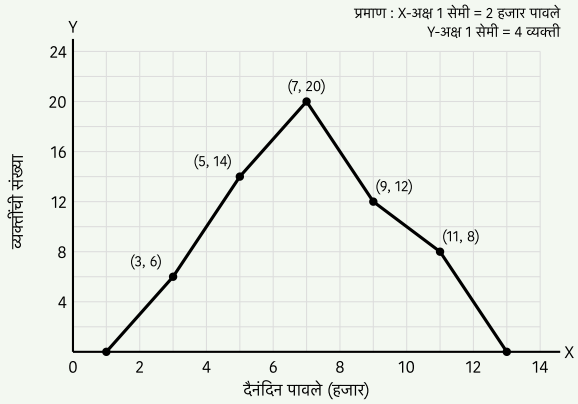
उत्तर (3 गुण)

वर्ग (हजार पावले)	वर्गमध्य	वारंवारता	बिंदूचे निर्देशक
0–2	1	0	(1, 0)
2–4	3	6	(3, 6)
4–6	5	14	(5, 14)
6–8	7	20	(7, 20)
8–10	9	12	(9, 12)
10–12	11	8	(11, 8)
12–14	13	0	(13, 0)

(वर्गमध्य, वारंवारता) हे बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करून ते क्रमाने रेषाखंडांनी जोडा. बहुभुज X-अक्षावर बंद व्हावा म्हणून दोन्ही टोकांना 0–2 व 12–14 हे वारंवारता 0 असलेले वर्ग घेतले आहेत (आकृती पाहा).

प्रमाण : X-अक्ष 1 सेमी = 2 हजार पावले; Y-अक्ष 1 सेमी = 4 व्यक्ती

सर्वाधिक व्यक्ती (20) 6–8 हजार पावले या वर्गात आहेत.



गुणदान: दोन्ही टोकांचे वारंवारता 0 असलेले वर्ग धरून वर्गमध्य व बिंदूंची सारणी – 1 गुण · प्रमाणासह अचूक वारंवारता बहुभुज – 1 गुण · वर्ग 6–8 (हजार पावले) – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: बिंदू वर्गमर्यादांवर नव्हे, तर वर्गमध्यांवर स्थापन करा आणि 1 व 13 या वर्गमध्यांवर बहुभुज X-अक्षावर बंद करा.

(2) सायकल रॅलीची तयारी करताना ओम पहिल्या दिवशी 3 किमी, दुसऱ्या दिवशी 5 किमी, तिसऱ्या दिवशी 7 किमी याप्रमाणे सायकल चालवतो. तर किती दिवसांत त्याचे एकूण 120 किमी अंतर पूर्ण होईल आणि त्यांपैकी शेवटच्या दिवशी तो किती अंतर सायकल चालवेल?

उत्तर (3 गुण)

दररोजची अंतरे : 3, 5, 7, ... (किमी) ही अंकगणिती श्रेढी आहे. $a = 3$, $d = 2$, $S_n = 120$

$S_n = n/2\,[2a + (n - 1)d]$

$120 = n/2\,[6 + (n - 1) \times 2]$

$120 = n/2\,[2n + 4]$

$120 = n(n + 2)$

$n^2 + 2n - 120 = 0$

$(n + 12)(n - 10) = 0$

$n = -12$ किंवा $n = 10$

दिवसांची संख्या ऋण असू शकत नाही $\therefore n = 10$

शेवटचा (10 वा) दिवस : $t_{10} = a + 9d = 3 + 9 \times 2 = 21$

ओमचे एकूण 120 किमी अंतर 10 दिवसांत पूर्ण होईल आणि 10 व्या दिवशी तो 21 किमी सायकल चालवेल.

पडताळा : $S_{10} = 10/2\,(3 + 21) = 5 \times 24 = 120$ ✓

गुणदान: $n^2 + 2n - 120 = 0$ हे समीकरण तयार करणे – 1 गुण · $n = 10$ (-12 नाकारून) – 1 गुण · शेवटचा दिवस $t_{10} = 21$ – 1 गुण

परीक्षकांचा सल्ला: येथे एकूण बेरीज (S_n) दिली आहे आणि n अज्ञात आहे, म्हणून n मधील वर्गसमीकरण मिळते. शेवटच्या दिवसासाठी t_n वापरा.

परीक्षेसाठी खूप खूप शुभेच्छा!